



## 20 Weihnachtsmarkt Besuch

Autor: Sören Nagel (ZIB)

Projekt: EF 45-1

### Aufgabe

Es ist die Nacht vor Weihnachten, und die Weihnachtswichtel sind eifrig mit der Geschenkeproduktion beschäftigt. Während sie arbeiten, diskutieren sie, welchen Weihnachtsmarkt sie nach ihrer Schicht gemeinsam besuchen wollen. Die Entscheidung ist nicht leicht:

- **Weihnachtsmarkt M** ist berühmt für seine gebrannten Mandeln.
- **Weihnachtsmarkt A** ist bekannt für seine kandierten Äpfel.

Neun Wichtel sitzen in einer Reihe, und jeder hat eine Präferenz für einen der Märkte. Einige von ihnen haben jedoch eine starke, feste Meinung, während andere noch unentschlossen sind und sich von ihren Nachbarn beeinflussen lassen. So sieht die Situation aus:

- **Wichtel Max** sitzt ganz links (auf dem ersten Stuhl) und ist ein eingefleischter Fan von gebrannten Mandeln. Er wird seine Meinung niemals ändern.
- **Wichtel Anna** sitzt ganz rechts (auf dem letzten Stuhl) und ist genauso fest von ihrer Liebe zu kandierten Äpfeln überzeugt.

Die Wichtel zwischen ihnen (Wichtel 2 bis 8) haben keine festen Meinungen und passen ihre Präferenz basierend auf ihren Nachbarn an. Anfangs werden ihre Präferenzen zufällig auf gebrannte Mandeln oder kandierte Äpfel gesetzt.

Jede Runde wird zufällig einer der unentschlossenen Wichtel von den Positionen 2 bis 8 ausgewählt. Dieser Wichtel wählt wiederum zufällig einen

seiner beiden direkten Nachbarn aus und übernimmt dessen Meinung. Anschließend beginnt die nächste Runde, in der erneut ein zufällig ausgewählter unentschlossener Wichtel von Position 2 bis 8 die Präferenz eines seiner Nachbarn übernimmt.

Die erste Frage lautet:

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Mehrheit der Wichtel nach einer sehr langen Diskussion für die gebrannten Mandeln entscheiden?

Im folgenden Jahr möchte Max den Entscheidungsprozess der Gruppe effektiver beeinflussen, hat aber immer noch keine Verbündeten, die sich für gebrannte Mandeln einsetzen würden. Um seinen Einfluss zu erhöhen, beschließt er, zwei Plätze weiter an die dritte Position zu rücken, indem er den Platz mit dem unentschlossenen Wichtel tauscht, der vorher dort saß. Obwohl Max nun eine zentralere Position hat, ist er immer noch der einzige standhafte Befürworter von gebrannten Mandeln und Anna, die immer noch ganz rechts sitzt ist immer noch überzeugt zum Weihnachtsmarkt A zu gehen.

Die zweite Frage lautet:

2. Nach Max' Positionswechsel, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Mehrheit der Wichtel nach einer sehr langen Diskussion für die gebrannten Mandeln entscheiden?

Die Antwort ist abgerundet bis auf 2 Nachkommastellen.

Mathematisch ausgedrückt stabilisiert sich die Wahrscheinlichkeit, im Sinne, dass sie sich nicht mehr ändert. Die Diskussionen dürfen erst aufhören, wenn sich die Wahrscheinlichkeit stabilisiert hat.

*Hinweis:* Es darf angenommen werden, dass die stabilisierte Wahrscheinlichkeit, dass sich ein unentschlossener Wichtel für gebrannte Mandeln oder kandierte Äpfel entscheidet, linear von seiner Position zwischen den sturen Wichteln Max und Anna abhängt.

Zum Beispiel: Wenn es nur 4 Wichtel gäbe und wir Max mit 0 nummerieren und Anna mit 3, dann wären die stabilisierten Wahrscheinlichkeit für Äpfel, die Anna will, wie folgt:

- Wichtel 0 (Max):  $\frac{0}{3} = 0$ ,
- Wichtel 1 (unentschlossen):  $\frac{1}{3}$ ,

- Wichtel 2 (unentschlossen):  $\frac{2}{3}$ ,
- Wichtel 3 (Anna):  $\frac{3}{3} = 1$ .

**Antwortmöglichkeiten:**

1. 0 und 0
2. 0 und 0,153
3. 0,3 und 0,666
4. 0,5 und 0,153
5. 0,5 und 0,666
6. 0,5 und 0,75
7. 0,5 und 0,85
8. 1 und 0,153
9. 1 und 0,666
10. 1 und 0,866

**Projektreferenz:**

Dieses Rätsel untersucht, wie Position und Einfluss die Konsensbildung in Gruppen mit einer Mischung aus entschlossenen und unentschlossenen Mitgliedern beeinflussen. Es ist ein anschauliches Beispiel für den engen Zusammenhang zwischen Netzwerkstruktur und Dynamik. Die Position von Akteuren in einem Interaktionsnetzwerk sowie deren Interaktionen können ihre Einflussnahme bestimmen, und beide sind wesentliche Komponenten der Informationsverbreitung in sozialen Netzwerken oder der Verbreitung von Innovationen entlang antiker und moderner Straßen- oder Handelsnetzwerke.