



9 Weihnachtslogistik

Autor*innen: Marieke Heidema & Amir Shakouri
(Universität von Groningen)

Aufgabe

Jedes Jahr zählen die Elfen des Weihnachtsmanns die Menschen, die an einem Ort leben. So wissen sie genau, wie viele Geschenke sie für jede Stadt und jeden Ort herstellen müssen. Sie notieren diese Zahl in einem Buch. Dieses Buch enthält auch andere Informationen z.B. über den Ort, die Lage und die Wettervorhersage.

Als sie kurz vor Weihnachten im Buch nachsehen, finden sie die Einwohnerzahl einer kleinen Insel im Atlantik nicht. Die Elfen geraten in Panik. „Was sollen wir jetzt tun?“, fragen sie einander. Eine hitzige Diskussion beginnt. „Können wir nicht einfach schnell auf die Insel gehen und die Einwohner erneut zählen?“, fragt die junge Beatrice. „Keine Zeit, keine Zeit!“, antwortet Theo. Besorgt fragt Elf Leonard: „Dann müssen wir also schätzen, wie viele Geschenke wir brauchen, aber was, wenn wir nicht genug mitbringen?“ Matthew, einer der älteren Elfen, fügt hinzu: „Nun, wir können ein paar zusätzliche Geschenke mitnehmen, aber wir dürfen auf keinen Fall zu viele mitbringen. Das macht den Schlitten des Weihnachtsmanns zu schwer für die Rentiere. Der Schlitten wird langsamer und die Geschenke könnten nicht rechtzeitig geliefert werden!“ „Was können wir dann tun?“, fragt Beatrice. „Wir können weder zu wenige noch viel zu viele Geschenke mitnehmen. Wie viele nehmen wir also mit?“

Die Elfen verstummen, denken nach und schauen sich hoffnungsvoll an. Doch niemand scheint zu wissen, was zu tun ist. Dann kommt ein leises Husten von der Tür, es ist Lennard, ein junger Elf. Es ist sein erstes Jahr bei den Weihnachtsvorbereitungen und er hat bisher geschwiegen. Als er hustet, schauen

die anderen Elfen zu ihm. „Möchtest du etwas sagen, Lennard? Hast du eine Idee?“, fragt Theo. Mit leiser, aber selbstbewusster Stimme antwortet Lennard: „Ja, ich glaube, ich weiß, was zu tun ist. Lasst es mich erklären...“

Lennard zeigt im Buch auf die Seite mit den Daten der Insel. Dort gibt es eine alte Notiz über die Insel, die folgendes sagt:

Weihnachten 2022: Achtung, neue Insel, nicht vergessen, die Einwohner*innen zu zählen!

Hinweis: Es läuft ein Projekt zur Schaffung neuer Wohnräume. Inseln, die zuvor unbewohnt waren, werden jetzt besiedelt. Diese besondere Insel bietet Platz für 200 Menschen, wird aber anfangs nur von 25 Menschen bewohnt.

Die Wachstumsrate der Bevölkerung wird auf 2 geschätzt.

Lennard schiebt seine runde Brille weiter auf seine Nase und beginnt zu erklären: „Schaut, wir können Mathematik verwenden, um zu schätzen, wie viele Menschen jetzt auf der Insel leben.“ Er schreibt folgendes an die Tafel:

$$P(t+1) - P(t) = \left(r - \frac{r}{C}P(t)\right) P(t).$$

„Hier ist $P(t)$ die Bevölkerungsgröße im Jahr t . Die Notiz sagt uns, dass die anfängliche Bevölkerungszahl im Jahr 2022 bei 25 lag, also $P(2022) = 25$. Außerdem steht r für die geschätzte Wachstumsrate der Bevölkerung. Laut der Notiz wissen wir, dass $r = 2$ ist. Schließlich ist C die Kapazität der Insel, die laut der Notiz $C = 200$ beträgt.“

Auf dieser Grundlage: Wie hoch wird die geschätzte Einwohnerzahl zu Weihnachten 2024 sein?

Antwortmöglichkeiten:

1. 0 Einwohner*innen.
2. 1 to 22 Einwohner*innen.
3. 23 to 55 Einwohner*innen.
4. 56 to 71 Einwohner*innen.
5. 72 to 98 Einwohner*innen.
6. 99 to 123 Einwohner*innen.
7. 124 to 150 Einwohner*innen.
8. 151 to 183 Einwohner*innen.
9. 184 to 199 Einwohner*innen.
10. 200 Einwohner*innen.