



6 Werkbank-Gewusel

Autor*in: Tobias Paul (HU Berlin)

Projekt: AA3-18

Aufgabe

Um die Weihnachtsgeschenke angemessen zu verpacken, hat der Weihnachtsmann in diesem Jahr Geschenkpapier in den Farben Rot und Blau besorgt. An einer Werkbank sitzen insgesamt 500 Weihnachtswichtel mit ihren einzupackenden Geschenken paarweise gegenüber (also 250 auf jeder Seite). Dabei gehen die Wichtel folgendermaßen vor:

- Jeder Wichtel packt sein Geschenk zeitgleich mit dem gegenüber sitzenden Wichtel ein.
- Das Wichtelpaar am Anfang der Werkbank packt seine Geschenke zuerst ein. Jeder Wichtel entscheidet dabei selbst, ob er rotes oder blaues Geschenkpapier nutzt.
- Danach packt das nächste Paar aus gegenüber sitzenden Wichteln seine Geschenke ein, danach das dritte Paar und so weiter. Das paarweise Einpacken beginnt also an einem Ende der Werkbank und setzt sich nach und nach bis zum anderen Ende fort.

An Tag 1 sieht jeder Wichtel aus dem Augenwinkel die Verpackung des vorhergehenden Wichtel auf der gegenüberliegenden Seite und entscheidet sich, exakt die gleiche Farbe für das Geschenkpapier zu verwenden.

Das erste Paar entscheidet sich dabei vollkommen unabhängig von einander mit jeweils einer Wahrscheinlichkeit von $1/2$ für eine der beiden Farben.

An Tag 2 sieht jeder Wichtel aus dem Augenwinkel die Verpackungen der vorhergehenden 2 Wichtel auf der gegenüberliegenden Seite. Haben die beiden Verpackungen die gleiche Farbe, so wird er sich auch für diese Farbe

entscheiden. Sieht er aber unterschiedliche Farben, so entscheidet er sich vollkommen unabhängig mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/2$ für eine der beiden Farben. Die ersten 2 Paare am Anfang des Tisches entscheiden sich dabei vollkommen unabhängig von einander mit jeweils einer Wahrscheinlichkeit von $1/2$ für die Farbe ihres Geschenkpapiers.

Kurz vor Weihnachten stellt sich dem Weihnachtsmann nun folgende Fragen: Mit welcher Wahrscheinlichkeit verwenden beide Wichtel des letzten Wichtelpaares (Wichtelpaar Nummer 250) am Tisch die gleiche Farbe für ihr Geschenkpapier (a) an Tag 1 bzw. (b) an Tag 2?

Aufgepasst, der Weihnachtsmann hat die Antwortmöglichkeiten auf die 2. Nachkommastelle gerundet.

Hinweis: Für Tag 2 könnte es hilfreich sein, sich die Möglichkeiten für die ersten z.B. fünf Paare zu überlegen.

Antwortmöglichkeiten:

1. (a): 1 (b): 1
2. (a): 1 (b): 0.5
3. (a): 1 (b): 0
4. (a): 0.5 (b): 1
5. (a): 0.5 (b): 0.5
6. (a): 0.5 (b): 0.33
7. (a): 0.5 (b): 0
8. (a): 0 (b): 1
9. (a): 0 (b): 0.5
10. (a): 0 (b): 0.33

Projektbezug:

In der Spieltheorie gibt es einen sogenannten “adaptive play” Prozess. Im konkreten Fall des Koordinationsspiels mit zwei Spielern und zwei Optio-

nen (in dem beide Spieler übereinstimmen wollen, also die gleiche Option wählen wollen) tut dieser Prozess Folgendes: Um die Entscheidung für die nächste Spielrunde zu fällen, darf jeder Spieler sich eine Anzahl $s \geq 1$ der gegnerischen Spielzüge aus den letzten h Spielrunden anschauen. In der Aufgabe entspricht das $s = 1$ und $h \in \{1, 2\}$. Die beste Antwort auf das Gesehene ist in diesem Spiel dann, den Spielzug zu kopieren (weil die Spieler übereinstimmen wollen).

In dem Projekt wollen wir Varianten dieses Prozesses mit Methoden aus der Populationsgenetik untersuchen und dadurch mögliche Aussagen über z.B. Häufigkeiten von Spielzügen im Verlauf der Zeit zu treffen.